Année scolaire 2013-2014 Classe de $3^{ème}$	Mathématiques	17 Avril 2014
	Brevet Blanc N°2	Durée : 1h50min

Les calculatrices sont autorisées ainsi que les instruments usuels de dessin

4 points sont réservés à la propreté et à la qualité de rédaction de la copie.
Rédaction : 1 point ; **propreté** : 1 point ;
Notation mathématique : 1 point et **orthographe** : 1 point.

Exercice N°1 (5 points)

Voici les réponses proposées par un élève à un exercice. Pour chacune de ces réponses, il faut expliquer pourquoi elle est exacte ou inexacte ?

Les réponses sont encadrées.

a) $2+\frac{4}{3}=\boxed{\frac{6}{3}}$

b) $\sqrt{16}+\sqrt{9}=\boxed{5}$

c) Le PGCD de 52 et 39 est $\boxed{13}$

d) Pour $b=\frac{1}{2}$ on a $4b^2+1=\boxed{2}$

e) Vrai ou faux ?
Pour toute valeur de b,
$4b^2+1=2$ $\boxed{\text{Vrai}}$

Exercice N°2 (3,5 points)

L'unité de longueur est le centimètre.
ABC est un triangle tel que AB = 16 cm, AC = 14 cm et BC = 8 cm.

1. a. Tracer en vraie grandeur le triangle ABC sur la copie.
b. Le triangle ABC est-il rectangle ? Justifier.

2. Le mathématicien Héron d'Alexandrie (1^{er} siècle), a trouvé une formule permettant de calculer l'aire d'un triangle : en notant *a*, *b*, *c* les longueurs des trois côtés et *p* son périmètre, l'aire A du triangle est donnée par la formule :

$$A=\sqrt{\frac{p}{2}\left(\frac{p}{2}-a\right)\left(\frac{p}{2}-b\right)\left(\frac{p}{2}-c\right)}$$

Calculer à l'aide de cette formule l'aire du triangle ABC. Donner le résultat arrondi au cm^2 près.

Exercice N°3 (2,5points)

Paul achète un lecteur MP3 avec une réduction de 20% sur le prix initial. Luc veut acheter le même lecteur MP3 et demande à Paul le prix avant réduction de son lecteur pour effectuer une comparaison des prix.

Paul lui rétorque : « c'est facile, on augmente de 20% le prix payé pour retrouver le prix avant réduction. »

Luc lui répond : « Mais non ! »

Qui a raison ? Argumentez votre réponse

Toute trace de démarche même incomplète sera prise en compte dans la correction

Exercice N°4 (10 points)

On considère un triangle ABC rectangle en C tel que : AB = 17,5 cm ; BC = 14 cm ; AC = 10,5 cm.

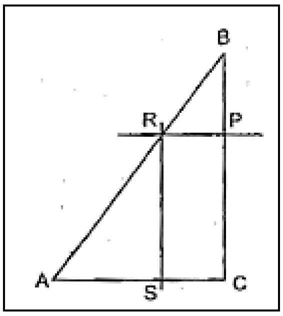
Partie 1.

Sur la figure le quadrilatère PRSC est un rectangle.

Dans cette question, on suppose que le point P est situé à 5 cm du point B.

a. Calculer la longueur PR.

b. Calculer l'aire du rectangle PRSC.



Partie 2

On déplace le point P sur le segment [BC] et on souhaite savoir quelle est la position du point P pour laquelle l'aire du rectangle PRSC est maximale.

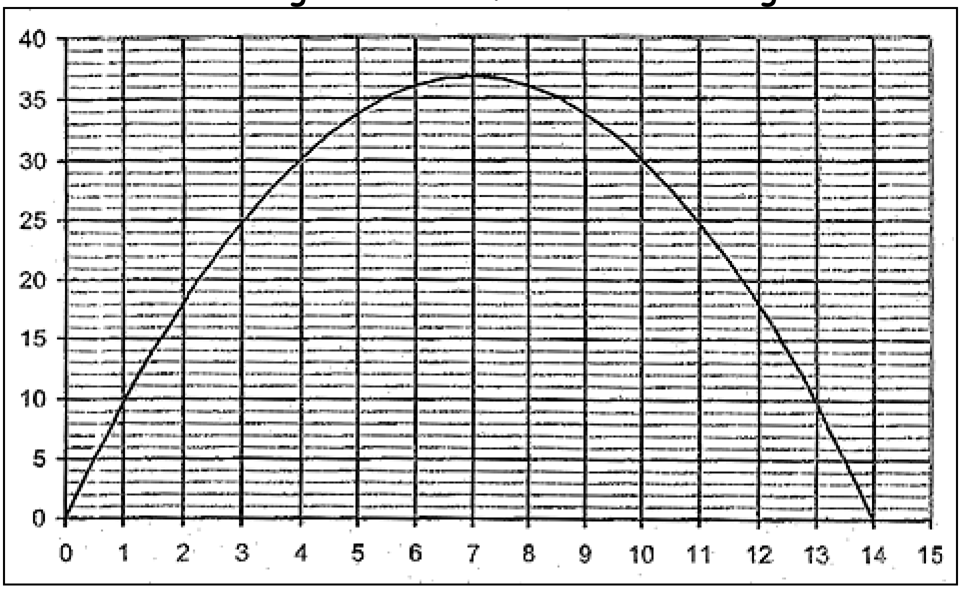
1. L'utilisation d'un tableur a conduit au tableau de valeurs suivant :

Longueur BP en cm	0	1	3	5	8	10	12	14
Aire de PRSC en cm^2	0	9,75	24,75		36		18	0

Indiquer sur la copie les deux valeurs manquantes du tableau sans justifier pour la valeur 10.

2. Un logiciel a permis d'obtenir la représentation graphique suivante :

Aire du rectangle PRSC en fonction de la longueur BP



A l'aide d'une lecture graphique, donner :

a. Les valeurs de BP pour lesquelles le rectangle PRSC a une aire de 18 cm^2.

b. La valeur de BP pour laquelle l'aire du rectangle semble maximale.

c. Un encadrement à 1 cm^2 près de l'aire maximale du rectangle PRSC.

Partie 3

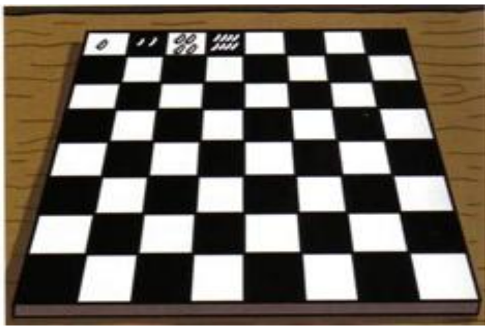
1. Exprimer PC en fonction de BP.

2. Démontrer que PR est égale à 0,75 × BP.

3. Pour quelle valeur de BP le rectangle PRSC est-il un carré ?

Exercice N°5 (4 points)

<u>Pour cet exercice, vous laisserez apparentes toutes vos recherches. Même si le travail n'est pas terminé, il en sera tenu compte dans l'évaluation.</u>



Une légende raconte que le roi des Indes voulut remercier un de ses sujets, nommé Sessa, pour avoir inventé le jeu d'échec.
Sessa demanda comme récompense d'avoir la quantité de riz posé sur le damier comme on a commencé à le faire ci-contre.
(1 grain de riz sur la $1^{ère}$ case, 2 grains de riz sur la $2^{ème}$ case, 4 grains de riz sur la $3^{ème}$ case, 8 grains de riz sur la $4^{ème}$ case)

1. Sur quelle case déposera-t-on 1024 grains de riz ? Expliquer.

2. Sachant qu'un jeu d'échec comporte 64 cases, déterminer le nombre de grains de riz déposés sur la $64^{ème}$ case.

Exercice N°6 (3,5 points)

ABCDEFGH est un cube de mesure des cotés 4 cm.
Les points J, K, M et N sont les milieux respectifs des segments [AE], [FB], [AD] et [BC].
JKNM est une section du cube par un plan parallèle à l'arête [AB].

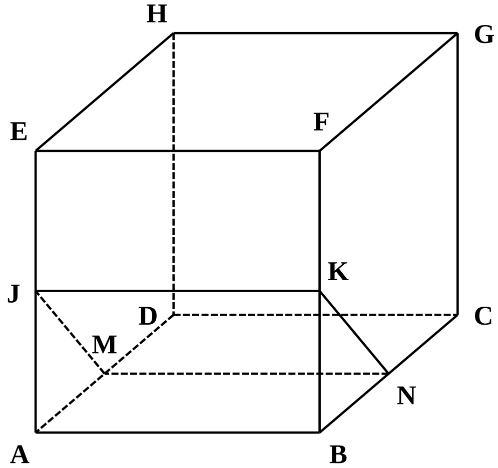
1. Donner, sans justifier, la nature de la section JKNM.

2. a) Construire la face FGCB en vraie grandeur ci-contre.

b) Placer les points K et N sur cette face.

c) A côté, dessiner la section JKNM en vraie grandeur.

3. Quelle est la nature du solide AJMBKN ?
(Aucune justification n'est demandée).



Exercice N°7 (7,5 points)

Dans une bibliothèque, on a relevé le nombre de livres prêtés par mois durant l'année 2007.

Mois	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
Nombres de livres prêtés	1124	1236	1146	1136	1086	987	840	620	1027	1220	1128	994

a) Calculer le nombre total de livres prêtés en 2007.
b) Déterminer l'étendue de cette série statistique.
c) Calculer la moyenne de cette série. Conclure.
d) Déterminer une médiane de cette série statistique. Donner une interprétation de la valeur obtenue.
e) Déterminer les quartiles de cette série et les interpréter.

Corrigé Brevet Blanc n°2 17 Avril 2014

Exercice N°1 :

1- $2+\frac{4}{3}=\frac{6}{3}+\frac{4}{3}=\frac{10}{3}$ **La réponse de l'élève est fausse**

2- $\sqrt{16}+\sqrt{9}$ $= \mathbf{4+3=7}$ **La réponse de l'élève est fausse**

3-Le PGCD de 52 et 39 est 13 La réponse de l'élève est vraie

4-Pour b = $\frac{1}{2}$ **on a** $4b^2+1 = \mathbf{4\times\frac{1}{4}+1=2}$ **La réponse de l'élève est vraie**

5- si b=1 , $4b^2+1=5$
La réponse de l'élève est fausse

Exercice N°2 :

1.b On calcule d'une part $AB^2=16^2=256$
D'autre part $AC^2+BC^2=14^2+8^2=196+64=260$
Ainsi $AB^2\neq AC^2+BC^2$
D'après la conséquence du théorème de Pythagore, ABC n'est pas un triangle rectangle.
2. Pour utiliser la formule d'Héron d'Alexandrie, il faut connaitre p le périmètre du triangle.
p=16+14+8=38
J'applique la formule :$A=\sqrt{\frac{38}{2}(\frac{38}{2}-16)(\frac{38}{2}-14)(\frac{38}{2}-8)}$
$A=\sqrt{19\times3\times5\times11}$
$A\approx 56cm^2$
L'aire arrondie au cm² est de 56 cm²

Exercice N°3 :

On note x le prix initial avant réduction.
Le prix payé par Paul est $x\times\left(1-\frac{20}{100}\right)=x\times0{,}8=0{,}8x$.
Paul voudrait augmenter de 20% le prix réduit . Cela donne :
$0{,}8x\times\left(1+\frac{20}{100}\right)=0{,}8x\times1{,}2=0{,}96x$
Ainsi on ne retrouve pas le prix de départ noté x mais le prix initial x réduit de 4%.

Exercice N°4 :

Partie 1 :

1. a. Je sais que dans le triangle ABC, P appartient à [BC] et R appartient à [AB] et (PR) et (AC) sont parallèles.
J'applique le théorème de Thalès
Je conclus $\frac{BP}{BC}=\frac{BR}{BA}=\frac{PR}{AC}$
En particulier $\frac{BP}{BC}=\frac{PR}{AC}$
$\frac{5}{14}=\frac{PR}{10{,}5}$
Donc PR=$\frac{5\times10{,}5}{14}=3{,}75\ cm.$
b. Je cherche la longueur PC
PC=BC-BP=9 cm.
$A_{PRSC}=9\times3{,}75=33{,}75\ cm^2$

Partie 2 :

Longueur BP en cm	0	1	3	5	8	10	12	14
Aire de PRSC en cm^2	0	9,75	24,75	33,75	36	30	18	0

Pour BP=10cm on a PC=4cm et PR=7,5cm.
Le rectangle a une aire de 18 cm² pour x=2cm et x=12cm
Pour BP=7cm, l'aire semble être maximale.
Un encadrement de cette aire maximale est entre 36 et 37 cm².

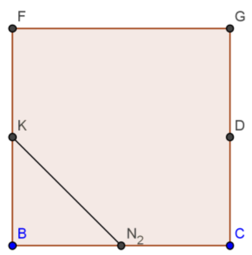
Partie 3 :

1. P appartient à [BC] donc PC=BC-BP
   Donc PC=14-BP
2. Je sais que $\frac{BP}{BC} = \frac{PR}{AC}$ ainsi PR=$\frac{BP\times AC}{BC} = BP \times \frac{10,5}{14} = 0,75BP$
3. Il faut que PR=PC
   Ainsi 14-BP=0,75BP
   14=1,75BP
   BP=$\frac{14}{1,75} = 8$
   La longueur BP pour que PRSC soit un carré est 8 cm.

Exercice N°5 :

1. Sur chaque case il y a le double de grain de riz de la case précédente. Ainsi :
   1$^{\text{ère}}$ case : 1 grain
   2$^{\text{ème}}$ case : 2 grains
   3$^{\text{ème}}$ case : 4=2² grains
   4$^{\text{ème}}$ case : 8=2^3 grains
   5$^{\text{ème}}$ case : 16=2^4 grains
   Je calcule $2^{10} = 1024$ ainsi sur la 11$^{\text{ème}}$ case il y a 1024 grains de riz
2. Sur la 64$^{\text{ème}}$ case on va déposer 2^{63} grains de riz

Exercice N°6 :

1. JK NM est un rectangle.
2. 

3. AJMBKN est un prisme droit à base triangulaire.

Exercice N°7 :

1. 1124+1236+1146+1136+1086+987+840+620+1027+1220+1128+994=12544
   Le nombre total de livres est 12544
2. 1236-620=616 L'étendue est de 616.
3. $m = \frac{12544}{12} = 1045$
   Le nombre moyen de livres prêtés chaque mois arrondi à l'unité est 1045
4. On classe les valeurs de la série par ordre croissant :

Aout	Juil	Juin	D	S	Mai	Janvier	N	Avril	Mars	Oct	F
620	840	987	994	1027	1086	1124	1128	1136	1146	1220	1236

   Il y a 12 valeurs ainsi la médiane est la moyenne de la 6ème valeur et 7ème valeur.
   La médiane est la moyenne de 1086 et 1124 .$\frac{1086+1124}{2} = 1105$.
   La médiane est de 1105. Pendant la moitié de l'année, le nombre mensuel de livres empruntés est inférieur à 1105.
5. Le premier quartile est la 3ère valeur Q_1
   Le troisième quartile est la 9ème valeur Q_3
   Ainsi $Q_1 = 987$ et $Q_3 = 1136$
   Pendant un quart de l'année, le nombre mensuel de livres empruntés est inférieur à 984.
   Pendant les trois quarts de l'année, le nombre mensuel de livres empruntés est inférieur à 1136.