Année scolaire 2013-2014 Classe de 3ème	Mathématiques Brevet Blanc N°1	10 décembre 2013 Durée : 1h50min

Les calculatrices sont autorisées ainsi que les instruments usuels de dessin

4 points sont réservés à la propreté et à la qualité de rédaction de la copie.
Rédaction : 1 point ; **propreté** : 1 point ;
Notation mathématique : 1 point et **orthographe** : 1 point.

Exercice N°1 (6 points)

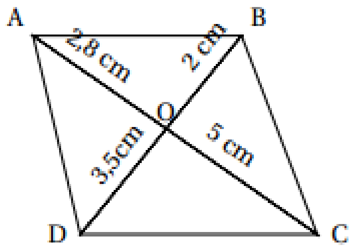
Quatre affirmations sont données ci-dessous :

Affirmation 1 : Deux nombres impairs sont toujours premiers entre eux.

Affirmation 2 : π est un nombre rationnel.

Affirmation 3 : Un cube, une pyramide à base carrée et un pavé droit totalisent 17 faces.

Affirmation 4 : Les droites (AB) et (CD) sont parallèles.



Pour chacune des affirmations, indiquer si elle est vraie ou fausse en **argumentant la réponse.**

Exercice N°2 (5 points)

1) Déterminer le PGCD de 260 et de 90 en détaillant les calculs.

2) Pour réaliser un « tifaifai » (genre de couvre-lit), Tina doit découper des carrés identiques dans un tissu de soie blanc rectangulaire de 260 cm de long sur 90 cm de large. Tout le tissu doit être utilisé.
Les carrés doivent avoir le plus grand côté possible.
a) Montrer que la longueur du côté est 10 cm.
b) Combien de carrés pourra-t-elle obtenir ?
3) Sur certains carrés, elle veut faire imprimer un « tiki » et sur d'autres un « tipanier ». La société « Arii porinetia » lui propose le devis suivant, créé à l'aide d'un tableur :

	A	B	C	D
1	Impression du motif	Prix unitaire en €	Quantité	Prix total en €
2	"tiki"	75	117	8775
3	"tipanier"	80	117	9360
4				
5	Total			

Pour obtenir le prix total des impressions des carrés quelles que soient les quantités saisies, quelle formule doit-elle saisir dans la cellule D5 ? Parmi les quatre réponses proposées, recopier sur votre copie la bonne formule.

8775 + 9360	= SOMME(D2 : D3)	=SOMME(B2 : B3)	= PRODUIT(D2 : D3)

Exercice N°3 (5 points)

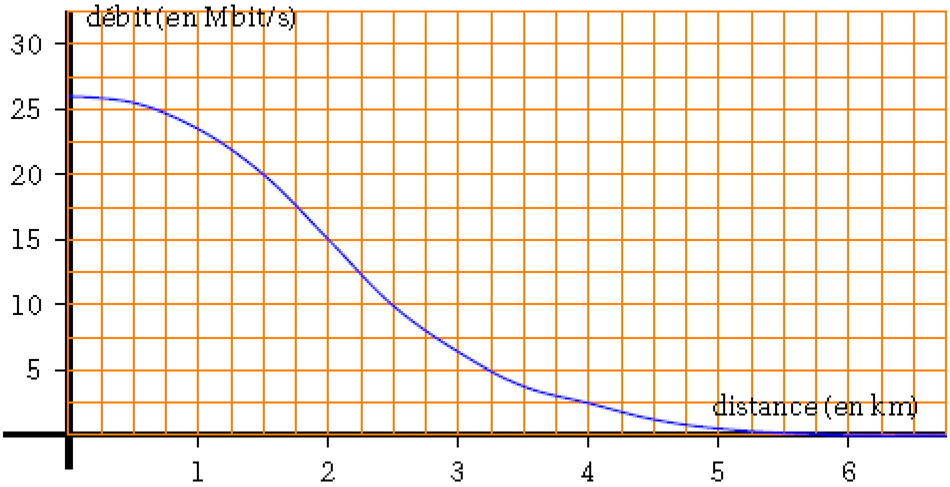
Camille propose un programme de calcul ci-contre à Julien :

1. Camille dit à Julien : « si tu choisis 4 comme nombre de départ, alors tu obtiens 16. ». Montrer que Camille a raison.
2. Trouver le résultat obtenu pour 0 puis -3.
3. Julien dit à Camille : « Ton programme est très simple : le résultat obtenu est **toujours** le carré du nombre choisi au départ. »
   Montrer que Julien a raison.

- Choisir un nombre.
- Ajouter 3 au nombre choisi.
- Elever au carré le résultat obtenu.
- Retrancher le produit de 6 par le nombre choisi au résultat obtenu.
- Retrancher 9 au résultat obtenu.

Exercice N°4 (4 points)

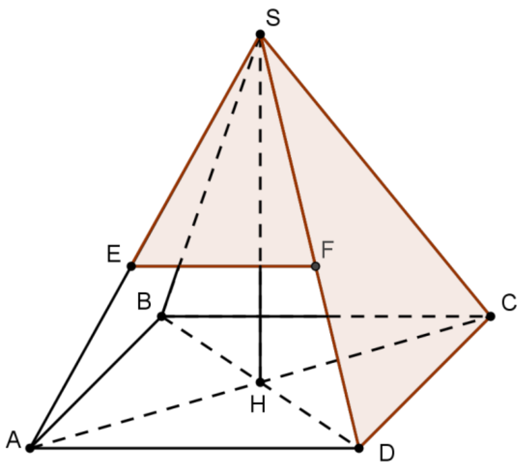
Le débit d'une connexion internet varie en fonction de la distance du modem par rapport au central téléphonique le plus proche.
On a représenté ci-dessous la fonction qui, à la distance du modem au central téléphonique (en kilomètres), associe son débit théorique (en mégabits par seconde).



1. Marie habite à 2,5 km d'un central téléphonique. Quel débit de connexion obtient-elle ?
2. Paul obtient un débit de 20 Mbits/s. À quelle distance du central téléphonique habite-t-il ?
3. Pour pouvoir recevoir la télévision par internet, le débit doit être au moins de 15Mbits/s. À quelle distance maximum du central doit-on habiter pour pouvoir recevoir la télévision par internet ?

Exercice N°5 (7 points)

On veut réaliser un tipi qui aura la forme d'une pyramide ayant pour base un rectangle ABCD de centre H et pour hauteur [SH] (Voir le schéma ci-contre).



Le tipi aura les dimensions suivantes :
AD = 1,60 m ; CD = 1,20 m et SH = 2,40 m

1) Calculer le volume V de cette pyramide en m^3.

On rappelle que $V = \frac{1}{3} \times B \times h$ où h désigne la hauteur de la pyramide et B l'aire de sa base

.

2) Calculer la longueur AC.

L'armature du tipi, constituée du cadre rectangulaire ABCD et des quatre arêtes latérales issues de S, est faite de baguettes de bambou. Ces quatre arêtes latérales ont la même longueur.

3) On ajoute à l'armature une baguette [EF] comme indiqué sur le dessin de sorte que :
(EF) et (AD) sont parallèles, SA = SB = SC = SD = 2,60 m et SF = 1,95 m.
Calculer EF.

4) On a trouvé dans un magasin des tiges de bambou de 3 m. Une tige peut être coupée pour obtenir deux baguettes mais une baguette ne peut être fabriquée par collage de deux morceaux de bambou. Combien faut-il de tiges de bambou, au minimum, pour réaliser les neuf baguettes de l'armature du tipi ?

Exercice N°6 (4 points)

Maxcens doit calculer $3,5^2$.

« Pas la peine de prendre la calculatrice », lui dit Didier, tu n'as qu'à effectuer le produit de 3 par 4 et rajouter 0,25.

1) Effectuer le calcul proposé par Didier et vérifier que le résultat obtenu est bien le carrée de 3,5
2) Proposer une façon simple de calculer $7,5^2$ et donner le résultat.
3) Didier propose la conjecture suivante :

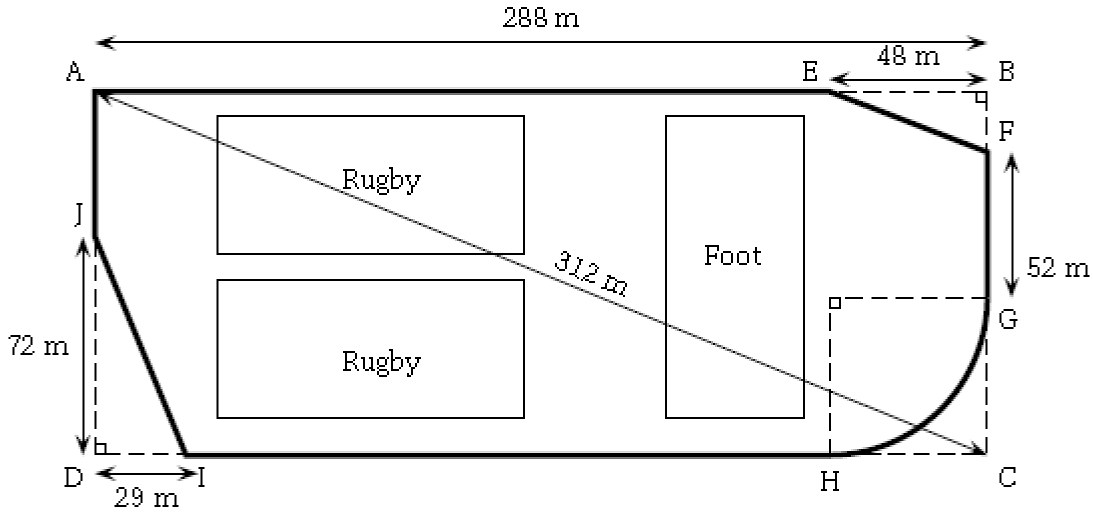
$$(n+0,5)^2 = n\,(n+1) + 0,25$$

n est un nombre entier positif. Prouver que la conjecture de Didier est vraie (quel que soit le nombre n)

Exercice N°7 (5 points)

Dans cet exercice, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans l'évaluation.

La ville BONVIVRE possède une plaine de jeux bordée d'une piste cyclable. La piste cyclable a la forme d'un rectangle ABCD dont on a « enlevé trois des coins ». Le chemin de G à H est un arc de cercle ; les chemins de E à F et de I à J sont des segments. Les droites (EF) et (AC) sont parallèles.



Quelle est **<u>la longueur de la piste cyclable</u>** ? Justifier la réponse.

§Bon courage§

Année scolaire 2013-2014 Classe de 3ème	Mathématiques	10 décembre 2013
	Correction du brevet Blanc N°1	Durée : 1h50min

Rédaction : 1 point ; **Propreté** : 1 point ;
Notation mathématique : 1 point **Orthographe** : 1 point

EXERCICE N°1(6 POINTS)

L'affirmation 1 est fausse : 9 et 15 ont 3 comme diviseur commun ; donc, leur PGCD est différent de 1 ; donc, ils ne sont pas premiers entre eux.

L'affirmation 2 est fausse : Π ne peut pas s'écrire sous la forme d'une fraction ; donc ce n'est pas un rationnel.

L'affirmation 3 est vraie : Un cube a 6 faces ; une pyramide à base carrée a 5 faces et un pavé a 6 faces. 6 + 5 + 6 = 17 ; on a bien 17 faces.

L'affirmation 4 est fausse : $\frac{OB}{OD} = \frac{2}{3,5} = \frac{2\times10}{3,5\times10} = \frac{20}{35}$

$\frac{OA}{OC} = \frac{2,8}{5} = \frac{2,8\times7}{5\times7} = \frac{19,6}{35}$ $\frac{OB}{OD} \neq \frac{OA}{OC}$ donc,(AB) et (CD) ne sont pas parallèles d'après une conséquence du théorème de Thalès.

EXERCICE N°2(5 POINTS)

1) On calcule le pgcd en utilisant l'algorithme d'Euclide :

Etapes	a	b	reste	Division euclidienne
1	260	90	80	260 = 90 × 2 + 80
2	90	80	10	90 = 80 × 1 + 10
3	80	10	0	80 = 10 × 8 + 0

Le dernier reste non nul est 10 Donc $\boxed{\text{PGCD (260 ; 90) = 10}}$.

2) a) Nous avons ici un problème de partage équitable donc la solution est un diviseur commun. Puisque nous devons avoir le plus grand côté possible la solution est le pgcd de 260 et 90 donc 10.
La longueur du côté est 10 cm.

Autre réponse possible :

Soit n la longueur d'un carré.
Tina doit découper ses carrés dans un tissu de 260 cm de long sur 90 cm de large, en utilisant tout le tissu.
Donc n est un diviseur commun de 260 et de 90.
De plus, on souhaite que ces carrés soient les plus grands possibles, donc n est le plus grand de ces diviseurs communs : n = PGCD (260 ; 90)
La longueur du côté est 10 cm.

b) 260 : 10 = 26 et 90 : 10 = 9
On aura 26 carrés dans la longueur et 9 carrés dans la largeur.
26 × 9 = 234
On aura 234 carrés.

3) La bonne formule est « **= SOMME (D2 : D3)** »

EXERCICE N°3 (5 POINTS)

1°) $(4 + 3)^2 - 6\times4 - 9 = 7^2 - 24 - 9 = 49 - 24 - 9 = 25 - 9 = 16$ Donc, **Camille a raison.**

2°) $(0 + 3)^2 - 6\times0 - 9 = 3^2 - 0 - 9 = 9 - 9 = 0$ **Pour 0, le résultat est 0**.

$(-3 + 3)^2 - 6\times(-3) - 9 = 0 + 18 - 9 = 9$ Pour (-3), **le résultat est 9**.

3°) Soit x le nombre choisi au départ.

$(x + 3)^2 - 6\times x - 9 = x^2 + 6x + 3^2 - 6x - 9 = x^2 + 9 - 9 = x^2$ Donc, **oui il a raison**.

EXERCICE 4 : (4 POINTS)

1°) Marie obtient un débit de $\boxed{\textbf{10 Mbit/s}}$ pour une distance de 2,5 km.

2°) En obtenant un débit de 20Mbits/s, Paul doit habiter à une distance de $\boxed{\textbf{1,5 km.}}$

3°) On doit habiter au maximum à $\boxed{\text{2 km}}$ pour recevoir la télévision par internet.

EXERCICE 5 : (7 POINTS)

1) La base est le rectangle ABCD donc :

*A*Base = 1,60 × 1,20 *A*Base = 1,92 m²

$V = \frac{1}{3} \times$ *A*Base × SH

V = × 1,92 × 2,40

V = 1,536 m^3

<u>Le volume de cette pyramide est de 1,536 m^3</u>

.

2) ADC est un triangle rectangle en D, donc d'après le théorème de Pythagore,

$AC^2 = AD^2 + CD^2$

$AC^2 = 1{,}6^2 + 1{,}2^2$

$AC^2 = 2{,}56 + 4$

$AC^2 = 4$

$\boxed{AC = 2\text{ m}}$ **<u>La longueur de [AC] est de 2m.</u>**

3) Les triangles SEF et SAD forment une configuration de Thalès en effet :

S, E et A d'une part, ainsi que S, F et D d'autre part, sont alignés.

(EF) //((AD)

<u>Autre rédaction :</u>

(EA) et (FD) sont sécantes en S

(EF) // (AD)

Donc d'après le théorème de Thalès :

Donc **<u>d'après la propriété de Thales</u>**, on a : $\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SD} = \frac{EF}{AD}$

Dans l'égalité : $\frac{SF}{SD} = \frac{EF}{AD}$, on remplace $\frac{1{,}95}{2{,}60} = \frac{EF}{1{,}60}$ $EF = \frac{1{,}95 \times 1{,}60}{2{,}60}$

$\boxed{EF = 1{,}20}$ **<u>La longueur de [EF] est de 1,20 m</u>**.

4) On peut prendre une baguette pour [AB] et [BC]. Une autre pour [CD] et [AD].
4 baguettes pour les côtés [SA], [SB], [SC], [SD]. Et une autre pour [EF].
<u>Il faudra donc 7 baguettes</u>.

EXERCICE 6 : (4 POINTS)

1°) 3 x 4 + 0,25 = 12 + 0,25

= $\boxed{\mathbf{12{,}25}}$

$3{,}5^2 = \boxed{\mathbf{12{,}25}}$

<u>Conclusion</u> $3 \times 4 + 0{,}25 = 3{,}5^2$

2°) **<u>$7{,}5^2 = 7 \times 8 + 0{,}25$</u>**

= 56 + 0.25

= $\boxed{\mathbf{56{,}25}}$

3°) $\mathbf{(n + 0{,}5)^2} = n^2 + 2 \times n \times 0{,}5 + 0{,}5^2$

= <u>$n^2 + n + 0{,}25^2$</u>

$n(n + 1) + 0{,}25 = \mathbf{n^2 + n + 025}$

<u>DONC</u> $\boxed{\mathbf{(n + 0{,}5)^2 = n^2 + n + 025 \text{ pour tout entier n positif}}}$

Ainsi on a prouvé la conjecture de Didier.

EXERCICE 7 : (5 POINTS)

- AE = AB – EB

AE = 288 – 48

$\boxed{AE = 240 \text{ m}}$ [AE] mesure 240 mètres

- **Calcul de EF**

  Les triangles : ABC et BEF forment une configuration de Thalès en effet :
  A, E, B sont alignés ainsi que les points C, F , B et dans le même ordre
  Les droites (EF) et (AC) sont parallèles, d'après Thalès :

  $$\frac{BE}{BA} = \frac{BF}{BC} = \frac{EF}{AC}$$

  On utilise l'égalité : $\frac{BE}{BA} = \frac{EF}{AC}$ soit $\frac{48}{288} = \frac{EF}{312}$

  $EF = \frac{48 \times 312}{288}$ $\boxed{EF = 52 \text{ m}}$ [EF] mesure 52 mètres

- GH est un arc du cercle de rayon 48 mètres. Sa longueur est le quart du périmètre de ce cercle.

  $$GH = \frac{2 \times \pi \times R}{4} = \frac{2 \times \pi \times 48}{4} = 24\pi$$

  $\boxed{GH \approx 75 \text{ mètres}}$ L'arc GH fait environ 75 mètres

- IH = CD - DI – HC

  IH = 288 – 29 – 48

  $\boxed{IH = 211 \text{ m}}$ [IH] mesure 211 mètres

- Calcul de IJ

  Le triangle DIJ est rectangle en D, D'après le théorème de Pythagore

  $IJ^2 = DJ^2 + DI^2$

  $IJ^2 = 72^2 + 29^2$

  $IJ^2 = 5184^2 + 841^2$

  $IJ^2 = 6025$

  $\boxed{IJ \approx 77{,}6 \text{ mètres}}$ [IJ] mesure environ 77,6 mètres

- Calcul de BF

  Le triangle BEF est rectangle en B, D'après le théorème de Pythagore

  $EF^2 = BF^2 + EB^2$

  $BF^2 = EF^2 - EB^2$

  $BF^2 = 52^2 - 48^2$

  $BF^2 = 2704 – 2304$

  $BF^2 = 400$

  $\boxed{BF = 20 \text{ mètres}}$ [BF] mesure environ 20 mètres

  D'où BC = BF + FG + GC

  BC = 20 + 52 + 48

  $\boxed{BC = 120 \text{ mètres}}$ [BC] et [AD] ont la même mesure donc
  [AD] mesure environ 120 mètres

- Calcul de AJ

  AJ = AD – ID

  AJ = 170 – 48

  $\boxed{AJ = 48 \text{ mètres}}$ [AJ] mesure environ 48 mètres

Périmètre = AE + EF + FG + GH + JH + IJ + AJ

Périmètre ≈ 240 + 52 +52 +75 +211 + 77,6 + 48

$\boxed{\text{Périmètre} \approx 755{,}6}$

La longueur de la piste cyclable est d'environ 755,6 mètres.